

(10. osztály)

1. Két természetes szám összege 2022, legnagyobb közös osztójuk 337. Melyik ez a két szám?

(14 pont)

2. Egy iskola tanulóinak 30%-a fiú. A fiúk 55%-a szemüveges. A szemüveget nem viselőik 73%-a lány. A szemüvegesek, vagy a szemüveget nem viselőik vannak többen az iskola tanulóik között?

(14 pont)

3. Hány  $x$  egész szám esetén teljesül az  $\frac{|x-1|-1}{|x-1|} \leq \frac{1}{2}$  egyenlőtlenség?

(16 pont)

4. Van-e olyan  $n$  természetes szám, melyre teljesül a következő egyenlőség:

$$\frac{2^{2n} + 2^{2n-1} + 2^{2n-2} + 2^{2n-3}}{2^{n-4} + 2^{n-5} + 2^{n-6} + 2^{n-7}} = 2022$$

(18 pont)

5. Egy négyzetből kivágunk egy paralelogrammát, melynek egy szöge  $120^\circ$ -os és két oldala a négyzet egy-egy oldalára illeszkedik. Legfeljebb hány százaléka a paralelogramma területe a négyzet területének?

(18 pont)

6. Adott a  $H = \{1; 2; 3; \dots; 21\}$  halmaz. Felbontható-e a  $H$  olyan közös elemmel nem rendelkező részhalmazokra, melyekben a legnagyobb elem az adott részhalmazba tartozó összes többi elem összegével egyenlő? (A részhalmazok uniója kiadja a  $H$  halmazt.)

(20 pont)