

12. évfolyam gimnázium

1. Egy szabályos dobókockával ötször dobunk egymás után és sorban leírjuk a dobott pöttyök számát, ezzel így ötjegyű számsorozatot kapunk.

- Hányféle számsorozatot kaphatunk?
- Hányféle olyan sorozatot kaphatunk, melyekben pontosan egy kettes szerepel?
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy az első helyen, a többi helyen álló számtól különböző szám áll?

2. Az egységnyi oldalú $ABCD$ négyzet belső P pontjára teljesül, hogy $\angle PAB = 15^\circ$ és $\angle PBA = 30^\circ$. A négyzet középpontját O -val jelölve, mekkorák az APO háromszög szögei?

3. Az ABC háromszög C csúcsból induló belső szögfelezője illeszkedik az $y = x$ egyenesre. Határozzuk meg a háromszög C csúcsának koordinátáit, ha $A(12; -1)$ és $B(6; 14)$!

4. Tekintsük az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (p-2)x^2 + (2p+1)x + \frac{3}{4}p + 2$ másodfokú függvényt, ahol p 2-től különböző valós szám.

- Van-e a p paraméternek olyan értéke, amelyre a másodfokú függvénynek nincs közös pontja az x tengellyel?
- Határozzuk meg azokat a pontokat, amelyekre a p lehetséges értékeihez tartozó függvények mindegyike illeszkednek!
- Határozzuk meg p értékét úgy, hogy a $(p-2)x^2 + (2p+1)x + \frac{3}{4}p + 2 = 0$ egyenlet gyökeinek a négyzetösszege $\frac{5}{2}$ legyen!

5. Oldjuk meg a valós számpárok halmazán a következő egyenletet!

$$\left(\sin^2 x - \frac{1}{4}\right)^2 + (y^2 + \cos x)^2 = 0$$

6. Hány olyan x valós szám van, amelyre a valós számok halmazán értelmezett

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 1024} - \sqrt{x^2 + 1}$$

függvény egész értéket vesz fel?

Minden feladat megoldása 10 pontot ér.