

12. osztály, gimnázium

1. Ha az a, b, c valós számokra $a < b < c$ teljesül, akkor az alábbiak közül melyik lehet igaz? (Ha igaz lehet, akkor adjon egy megfelelő példát. Ha nem teljesülhet, akkor igazolja azt.)

(1) $a^2 < b^2 < c^2$

(2) $b^2 < c^2 < a^2$

(3) $b^2 < a^2 < c^2$

(4) $c^2 < b^2 < a^2$

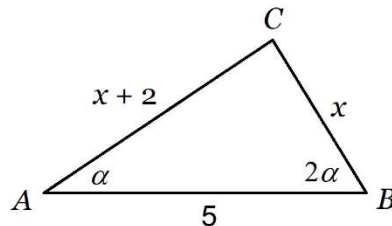
(5) $c^2 < a^2 < b^2$

(12 pont)

2. Egy tízes számrendszerben felírt pozitív egész számot nevezzünk *egoistának*, ha minden számjegye annyiszor szerepel a számban, amennyi maga a számjegy. Egoista szám például a 1424442. Hány hétjegyű egoista szám van? (15 pont)

3. Az $x^2 + 4x + a = 0$ egyenlet gyökei x_1, x_2 , az $y^2 + 8y + b = 0$ egyenlet gyökei y_1, y_2 . Tudjuk, hogy y_1, x_1, y_2, x_2 ebben a sorrendben egy számtani sorozat négy egymást követő tagja. Határozza meg az a és b számokat! (13 pont)

4. Az ABC háromszögben $AB = 5$, $AC = BC + 2$, és $\angle ABC = 2 \cdot \angle CAB$.



Mekkorák a háromszög ismeretlen oldalai?

(13 pont)

5. Melyik prímet jelölheti p , ha $16p + 1$ értéke köbszám?

(11 pont)

6. Az ABC háromszögben $AC = BC$. Az AC oldalon felvesszük a D és E pontokat úgy, hogy $AD = DE = EC$ legyen. Számítsa ki a háromszög területét, ha $BD = 8,5$ és $BE = 10$. (16 pont)

7. a) A sík mely $(x; y)$ pontjaira teljesül az egyenlőtlenség?

$$\log_{\frac{x^2+y^2}{2}} y \geq 1$$

b) Mennyi $x + y$ legnagyobb értéke, ha teljesül rájuk az egyenlőtlenség?

(20 pont)