

12. osztály, szakgimnázium

1. Ha az a, b, c valós számokra $a < b < c$ teljesül, akkor az alábbiak közül melyik lehet igaz? (Ha igaz lehet, akkor adjon egy megfelelő példát. Ha nem teljesülhet, akkor igazolja azt.)

(1) $a^2 < b^2 < c^2$

(2) $b^2 < c^2 < a^2$

(3) $b^2 < a^2 < c^2$

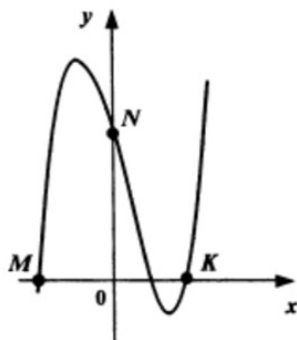
(4) $c^2 < b^2 < a^2$

(5) $c^2 < a^2 < b^2$

(12 pont)

2. Egy tízes számrendszerben felírt pozitív egész számot nevezzünk *egoistának*, ha minden számjegye annyiszor szerepel a számban, amennyi maga a számjegy. Egoista szám például a 1424442. Hány hétjegyű egoista szám van? (15 pont)

3. Az ábrán az $f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$, $x \in \mathbb{R}$ függvény grafikonját látjuk.



Határozza meg az M, N, K pontok koordinátáit.

(13 pont)

4. Mekkora a paralelogramma kerülete, ha egyik szögének szögfelezője az egyik oldalt 7 és 14 egység hosszú részekre vágja? (16 pont)

5. Oldja meg a $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 2 \sin 2x$ egyenletet a valós számok körében! (14 pont)

6. Tekintsük az alábbi egyenlőtlenségeket.

(1) $2x + y > 0$

(2) $x - y > 0$

(3) $x - 2y > 0$

(4) $y - 2x > 0$

Vannak-e olyan x, y valós számok, melyekre

a) mind a négy egyenlőtlenség teljesül?

b) egyik egyenlőtlenség sem teljesül?

c) pontosan két egyenlőtlenség teljesül?

(15 pont)

7. Hány olyan 10-nél kisebb pozitív egész számokból álló (a, b, c) rendezett számhármass van, melyre $a \cdot b \cdot c$ osztható 20-szal? (15 pont)