

Megyei matematikaverseny

10. osztály

2008. november

1. András, Béla és Csaba az iskolai kosárlabda bajnokság legjobb játékosai összesen 100 pontot értek el. Béla 10 ponttal többet szerzett mint András, Csaba viszont 4 ponttal többet mint András és Béla együtt. Hány pontot szereztek külön-külön?
(10 pont)

2. Megfigyelhetjük, hogy ha a 270 - mely 27-tel osztható szám – első jegyét a végére írjuk, 702-t kapunk, mely szintén osztható lesz 27-tel. Igaz-e ez minden 27-tel osztható háromjegyű számra?
(12 pont)

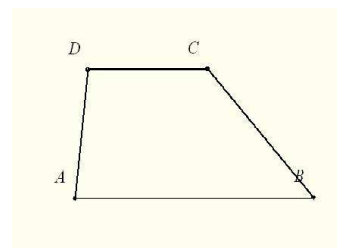
3. Legyen $xyz = 1$ és $x + y + z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$. Igazoljuk, hogy ekkor az x, y, z számok egyike 1-gyel egyenlő!
(12 pont)

4. Mennyi a következő összeg értéke?

$$\frac{2}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} + \frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{2}{\sqrt{3+\sqrt{4}}} + \dots + \frac{2}{\sqrt{1599+\sqrt{1600}}} =$$

(14 pont)

5. Négy város a térképen egy trapéz négy csúcsában helyezkedik el. A trapéz alapjainak hossza $AB = 60$ km, $CD = 30$ km, míg szárai $AD = 30$ km, $BC = 40$ km. Milyen távol vannak egymástól az A, C és a B, D városok?



(16 pont)

6. Egy dobozban négyféle színű egyforma méretű golyók vannak, mindegyik fajtából 10 db, melyeket 1-től 10-ig megszámoztunk. Véletlenszerűen kihúztunk hármat. Mekkora az esélye, hogy köztük legalább az egyik a 10-es szám szerepel, ha mind a három kihúzott golyó különböző színű?
(18 pont)

(18 pont)

7. Egy f függvény minden értelmezési tartományában található x -re

$$2f(x) + f(-x) = x + 1$$

Hol metszi az f függvény grafikonja az x -tengelyt?

(18 pont)