

# Megyei matematikaverseny

## 2008. november

### 11. évfolyam

1. Mennyi az alábbi műveletsorok értéke? Számológép segítsége nélkül válaszolj!

a)  $(\sqrt{2} + 1)^3 - (\sqrt{2} - 1)^3 = ?$  (3 pont)

b)  $\left(\frac{1}{\sqrt{2} - 1}\right)^3 - \left(\frac{1}{\sqrt{2} + 1}\right)^3 = ?$  (4 pont)

c)  $\sqrt{5 - \sqrt{24}} + \sqrt{3 - \sqrt{8}} + \sqrt{7 - \sqrt{48}} = ?$  (5 pont)

2. Mennyi a következő kifejezések legkisebb értéke?

a)  $(2x + 1)(x + 2)$  (4 pont)

b)  $|x + 1| + |x - 2| + |x - 3| + |x - 7|$  (5 pont)

c)  $x^2 + y^2 + x - y + xy + 1$  (6 pont)

3. Az  $x^{2000}$  hatvány kiszámításához elegendő 15 szorzást elvégezni:

$$x \rightarrow x^2 \rightarrow x^4 \rightarrow x^8 \rightarrow x^{16} \rightarrow x^{32} \rightarrow x^{64} \rightarrow x^{128} \rightarrow x^{256} \rightarrow x^{512} \rightarrow x^{1024} \rightarrow x^{1536} \rightarrow x^{1792} \rightarrow x^{1920} \rightarrow x^{1984} \rightarrow x^{2000}$$

(Az  $x^{1920} \rightarrow x^{1984}$  jelölés az  $x^{1920} \cdot x^{64} = x^{1984}$  szorzást jelöli.)

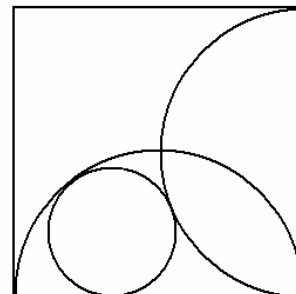
Számold ki az  $x^{2000}$  hatványt ennél kevesebb szorzással! Igyekezz minél kevesebb szorzással megkapni az eredményt. (10 pont)

4. Növekvő az a szám, amely legalább két számjegyből áll, és számjegyei növekvő sorrendben követik egymás, azaz minden számjegy nagyobb, mint az előtte állók. Hány ilyen szám van? (15 pont)

5. a) Bizonyítsd be, hogy a háromszög súlyvonalaiából, mint oldalakból háromszög szerkeszthető. (10 pont)

b) Mekkora az így kapott háromszög és az eredeti háromszög területének aránya? (10 pont)

6. Egy 2 egység oldalú négyzet két szomszédos oldala, mint átmérő fölé befele félköröket rajzolunk. Határozd meg az egyik félkört és a négyzetet belülről, a másik félkört kívülről érintő kör sugarát. (13 pont)



7. Megfelelően választott paralelogrammát darabolj fel 3 egyenlő szárú háromszögre! Keress legalább két megoldást. (15 pont)