Megyei matematika verseny feladatai

(10. osztály)

2009. november 16.

1. Két természetes szám összege 13827. Az egyik szám végén nulla áll. Ha ezt a nullát lehagyjuk, akkor a másik számot kapjuk. Melyik ez a két szám?

(10 pont)

2. Három mutató egy közös tengelyen forog ugyanabba az irányba. Az első 9, a második 12, a harmadik pedig 16 perc alatt tesz meg egy teljes kört, melyet az óra számlapjának megfelelően skáláztak be. Most mindhárom a skála 12 pontjára mutat. Előfordulhat-e és ha igen mikor, hogy mindhárom mutató egyszerre a 6-os jelzésre mutat?

(12 pont)

3. Egy iskola tanulóinak 80%-a szereti a mákos tésztát, 70%-a túrós rétest, 60%-a pedig szereti a focit. Mindenkire igaz, hogy ezen dolgok közül több mint egyet szeret. Hány százalékuk szereti mindhárom felsorolt dolgot?

(12 pont)

4. Melyik az a legkisebb pozitív prímszám, amely nem írható föl néhány (legalább három) egymást követő egész szám összegeként?

(14 pont)

5. Egy téglalap oldalainak hossza egész szám. Ha a kerületének mérőszámához hozzáadjuk a területének a négyszeresét, akkor 7920-at kapunk eredményül. Határozzuk meg a téglalap oldalait!

(16 pont)

6. Két kosárlabda játékos büntetődobást gyakorol. Az első 0,8, a második pedig 0,6 valószínűséggel értékesíti a dobását. Egy alkalommal az első kétszer, a második háromszor dob. Mennyi annak a valószínűsége, hogy legalább az egyik dobó kétszer bedobja a büntetőt?

(18 pont)

7. Legyen $f(n)$ olyan a természetes számok halmazán értelmezett függvény, melyre

$$f(n) = \text{az } n \text{ számjegyeinek összege.}$$

Adott egy sorozat a következőképpen:

$$a_n = f(a_{n-1}) \cdot 13, \text{ ahol } a_1 = 439.$$

Határozzuk meg sorozat 2009. elemét!

(18 pont)