

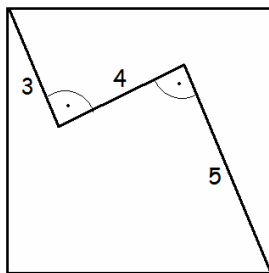
Megyei matematika verseny feladatai

(11. osztály)

2009. november 16.

1. SZÁMTOTÓ

- a) Mennyi az $f(x) = 3x^2 - 2x + 8$ függvény legkisebb értéke? (5 pont)
- b) Határozzuk meg az $x^2 - 4x + 1 = 0$ egyenlet gyökei köbének összegét anélkül, hogy kiszámolnánk az egyenlet gyökeit! (5 pont)
- c) Hány olyan egész szám van 100 és 200 között, melyek előállnak $2^n - 2^k$ alakban, ahol n és k pozitív egészek? (5 pont)
- d) Ha $\frac{a+2b}{a-2b} = 3$, akkor mennyi $\frac{a+3b}{a-3b}$ értéke? (5 pont)
- e) $\sqrt{29 - 12\sqrt{5}} = a + b\sqrt{5}$, ahol a és b egész számok. Mennyi $a + b$ értéke? (5 pont)
- f) A 8×8 -as sakktabla fekete mezőire hányféleképp lehet feltenni 8 bástyát úgy, hogy azok ne üssék egymást? (5 pont)
2. Az $ABCD$ húrtrapéz D -ből induló magasságának talppontja az AB alapon M . Tudjuk, hogy $AM = 4$, $MB = 9$ és $\angle ADB = 90^\circ$. Mekkora a trapéz területe? (10 pont)
3. Tekintsük azokat az ötjegyű számokat, melyekben a számjegyek összege 43. Mi a valószínűsége annak, hogy egy ilyen szám 11-gyel osztható? (10 pont)
4. Hány olyan szám van 10 ezerig, melyben a számjegyek összege 10? (10 pont)
5. Milyen valós számokra teljesül a $\sqrt{x^2 - 5x + 6} \geq 6 - 5x + x^2$ egyenlőtlenség? (12 pont)
6. Egy négyzetben két szemközti csúcsot az ábra szerint egy olyan töröttvonallal kötünk össze, melynek három egymáshoz csatlakozó szakasza 3, 4 és 5 egység hosszú, és a közös végpontú szakaszok merőlegesek egymásra. Mekkora a négyzet területe?



(13 pont)

7. Mekkora az $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-d)^2 + (d-e)^2 + (e-f)^2 + (f-a)^2$ kifejezés legkisebb értéke, ha a, b, c, d, e és f különböző egész számok? (12 pont)