
Versenyszerő feladatok szakgimnáziumi és technikumi tanulók számára 2025.
Megoldások

(10. osztály)

Megjegyzés: Természetesen az egyes feladatokra más megoldások is elképzelhetők, ezekre értelemszerűen a megfelelő pontszám jár!

- 1. Egy egyenlőszárú háromszög alaphoz tartozó külső szöge kétszerese a szárak által bezárt szögnek. Mekkora a háromszög belső szögei?**

(14 pont)

Megoldás:

Legyen a szárak által bezárt szög nagysága x , az alapon levő szögeké y .

(2 pont)

Tudjuk, hogy a háromszög egy külső szöge egyenlő a nem mellette levő belső szögek összegével, ezért

$$x + y = 2x$$

(5 pont)

Ahonnét $x = y$ adódik. Azaz a háromszög minden szöge ugyanakkora, vagyis egyenlő oldalú.

(4 pont)

Mindegyik szöge 60° -os.

(3 pont)

Összesen: 14 pont

- 2. Legalább hányan vettek részt azon a rendezvényen, ahol a résztvevők $\frac{2}{7}$ része ült, és ők a teremben található székek $\frac{3}{5}$ részét foglalták el. (Minden széken legfeljebb egy ember ült.)**

(14 pont)

Megoldás:

Jelölje a résztvevők létszámát x , a székek számát pedig y .

(2 pont)

A feltételek szerint:

$$\frac{2}{7}x = \frac{3}{5}y$$

mely alapján

$$10x = 21y$$

(4 pont)

A 10 és 21 relatív prímek és a személyek száma és a székek száma is csak egész szám lehet, ezért a legkisebb egészek, melyek ennek az egyenletnek eleget tehetnek

$$x = 21, y = 10$$

(4 pont)

Így a rendezvényen legalább 21-en vettek részt.

(2 pont)

Ell.: Ez lehetséges is. Hat ember ült széken, ez valóban a 21-nek $\frac{2}{7}$, a 10-nek $\frac{3}{5}$ része.

(2 pont)

Összesen: 14 pont

3. A tervek szerint, ha reggel 8-kor indulunk Szegedről Budapestre, akkor 11 órára érkezünk a célállomásra. Hány órára érkezünk meg, ha az átlagsebességünket 20%-kal növelni tudjuk?

(16 pont)

Megoldás:

Jelölje az eredeti sebességet v , az eredeti menetidőt $t_1 = 3$ óra.

(2 pont)

A feltételek miatt a célállomás távolsága

$$s = v \cdot t_1$$

(3 pont)

A megnövelt sebességgel ezt t_2 idő alatt teszi meg

$$s = 1,2 \cdot v \cdot t_2$$

(4 pont)

Ezek alapján

$$t_2 = \frac{t_1}{1,2} = 2,5$$

(4 pont)

Azaz 10 óra 30 percre érkezünk meg.

(3 pont)

Összesen: 16 pont

4. Az egyjegyű természetes számokat felírtuk számkártyákra. Véletlenszerűen választunk két kártyát. Mi a valószínűbb, hogy ezek összege páros vagy páratlan lesz? (Két kiválasztás nem különböző, ha ugyanazokat a számokat tartalmazza.)

(18 pont)

Megoldás:

Az összes lehetséges számpárt a 10 számjegyből $\frac{10 \cdot 9}{2} = 45$ féleképpen választhatjuk ki, hiszen a sorrendjük nem számít.

(6 pont)

A páratlan összegek akkor jönnek létre, ha egy páros szám mellé páratlan választunk. Ezek száma $5 \cdot 5 = 25$ lesz, mert mindegyik fajtából 5 számjegy létezik.

(6 pont)

Így a páros összegek száma $45 - 25 = 20$ lesz.

(4 pont)

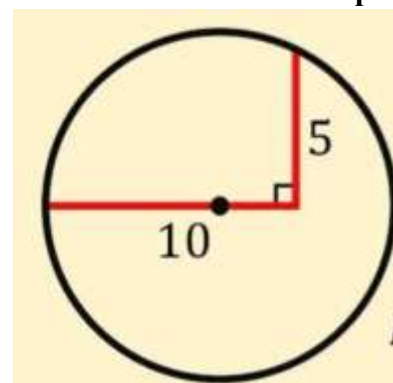
Tehát nagyobb valószínűséggel kapunk páratlan összeget.

(2 pont)

Összesen: 18 pont

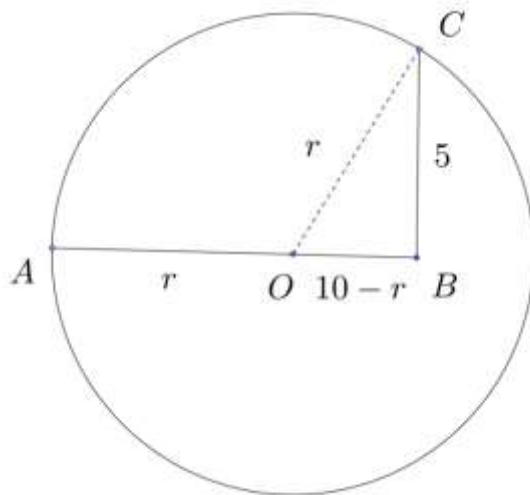
5. Mekkora az ábrán látható kör sugara?

(18 pont)



Megoldás:

Használjuk az alábbi ábra jelöléseit!



(5 pont)

Az OBC derékszögű háromszögben Pitagorasz-tételét felírva:

$$5^2 + (10 - r)^2 = r^2$$

(5 pont)

A műveletek elvégzése és a rendezés után

$$r = 6,25$$

adódik megoldásként.

(6 pont)

Tehát a kör sugara 6,25 egység.

(2 pont)

Összesen: 18 pont

6. Határozzuk meg azokat a pozitív egész a , b , c számokat, melyekre

$$a + ab + abc = 11$$

(20 pont)

Megoldás:

Végezzünk kiemelést:

$$a(1 + b + bc) = 11$$

(2 pont)

Mivel 11 prímszám, ezért a értéke csak 1 vagy 11 lehet.

(2 pont)

Ha $a = 1$, akkor

$$\begin{aligned}1 + b + bc &= 11 \\ b(1 + c) &= 10\end{aligned}$$

(4 pont)

Így a és c lehetséges egész megoldásai:

$$b: 1, 2, 5, 10$$

$$c: 9, 4, 1, 0$$

(4 pont)

Ezekből az utolsó számpár nem felel meg a feltételeknek, mert a 0 nem pozitív.

(2 pont)

Ha $a = 11$, akkor

$$\begin{aligned}1 + b + bc &= 1 \\ b(1 + c) &= 0\end{aligned}$$

feltételnek egyetlen pozitív egész szám sem tehet eleget.

(4 pont)

Tehát a feltételeknek megfelelő számhármakok:

$$(a, b, c) = \begin{cases} (1, 1, 9) \\ (1, 2, 4) \\ (1, 5, 1) \end{cases}$$

(2 pont)

Összesen: 20 pont