(9. osztály)

Megjegyzés: Természetesen az egyes feladatokra más megoldások is elképzelhetők, ezekre értelemszerűen a megfelelő pontszám jár!

1. **Panni édesanyja 30 évvel idősebb nála, 10 évvel ezelőtt hétszer annyi idős volt. Hány éves most Panni?**

(14 pont)

Megoldás:
Jelölje Panni mostani életkorát x. Így a feltételek alapján:

$$(x + 30 - 10) = 7(x - 10)$$

(3 pont)

Ezt rendezve:

$$90 = 6x$$

(4 pont)

Ennek megoldása $x = 15$.

(3 pont)

Tehát Panni életkora most 15 év.

(2 pont)

Ell.: Panni 10 évvel ezelőtt 5, édesanyja 35 éves volt, ez valóban 7-szer több.

(2 pont)

Összesen: 14 pont

2. **Egy vizsga során két kérdést tettek fel 100 tanulónak. Csak az első kérdésre kétszer többen válaszoltak helyesen, mint akik mindkettőre. Csak a második kérdésre 10-zel többen válaszoltak helyesen, mint akik az elsőre. Hányan voltak azok, akik mindkét kérdést helyesen válaszolták meg, ha mindenki legalább egy kérdésre helyesen válaszolt?**

(15 pont)

Megoldás:
Jelöljük x-szel hányan válaszoltak mindkét kérdésre helyesen. Így csak az első kérdésre $2x$ helyes válasz született.

(3 pont)

Azok száma, akik csak a második kérdésre adtak helyes választ $3x + 10$ lesz.

(3 pont)

Így:

$$2x + (3x + 10) + x = 100$$

melynek megoldása

$$x = 15$$

(5 pont)

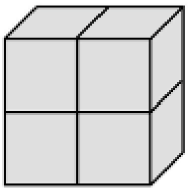
Így mindkét kérdésre 15-en válaszoltak helyesen.

(2 pont)

Valóban az ellenőrzés alapján: $30 + 55 + 15 = 100$.

(2 pont)

Összesen: 15 pont



3. Hányféle sorrendben lehet elbontani az ábrán látható 4 kockából álló építményt, ha egymás után vesszük el a kockákat, és csak olyan kockát vehetünk el, amelyiken nincs másik kocka.

(15 pont)

Megoldás:

Számozzuk meg a kockákat felülről kezdve, balról jobbra haladva. Így az első kockát kétféleképpen vehetjük el. Vagy 1-es, vagy a 2-es kockát választva.

(3 pont)

Ha az 1-es kockával kezdünk, akkor kétféleképpen választhatjuk a második kockát: 2-es vagy 3-as kocka elvételével.

(3 pont)

Ezután a következő lehetséges sorozatok alakulhatnak ki: 1234, 1243, 1324

(4 pont)

Teljesen hasonlóan, ha a 2-es kockát vesszük el először, akkor a lehetséges sorozatok: 2134, 2143, 2413.

(3 pont)

Más eset nem lehetséges, így az összes megvalósítható elvételek száma 6 lesz.

(2 pont)

Összesen: 15 pont

4. **Egy kereskedő kiszámolta, ha egy 4000 Ft-os termék árát 10%-kal csökkenti, akkor is 20%-os haszonnal tudja még eladni a nagykereskedői árhoz képest. Mennyit fizetett a termékért a nagykereskedésben?**

(18 pont)

Megoldás:

Jelölje a nagykereskedői árat x.

A 4000 Ft-os árat 10%-kal csökkentve $4000 \cdot 09 = 3600$ Ft-os árat kapunk.

(4 pont)

A nagykereskedési árhoz képest a 20%-al magasabb ár: $1{,}2x$.

(4 pont)

Ezek egyenlőségéből adódó egyenlet:

$$1{,}2x = 3600$$

melynek megoldása $x = 3000$.

(4 pont)

Így a nagykereskedői ár 3000 Ft volt.

(2 pont)

Ell.: A 20% haszonnal az eladási ár 3600 Ft, ez valóban 10%-kal kisebb a 4000 Ft-os árnál.

(2 pont)

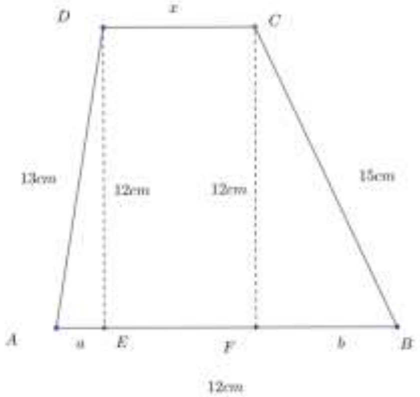
Összesen: 16 pont

5. Egy trapéz párhuzamos oldalainak egyike 12 cm, a szárai 13 cm és 15 cm, magassága 12 cm hosszú. Mekkora lehet a trapéz területe?

(20 pont)

<u>*Megoldás:*</u>

Készítsünk ábrát és használjuk az alábbi jelöléseket!



Attól függően, hogy az $AB = 12\ cm$ hosszú alaphoz képest az AED és FBC derékszögű háromszögek milyen helyzetet vesznek fel, négy eset is előfordulhat. Ezek közül egyet mutat a fenti ábra.

(4 pont)

Ezt vizsgálva először határozzuk meg az a és b-vel jelölt szakaszok hosszát, melyekre Pitagorasz-tétel alapján

$$a = 5\ cm, b = 9\ cm$$

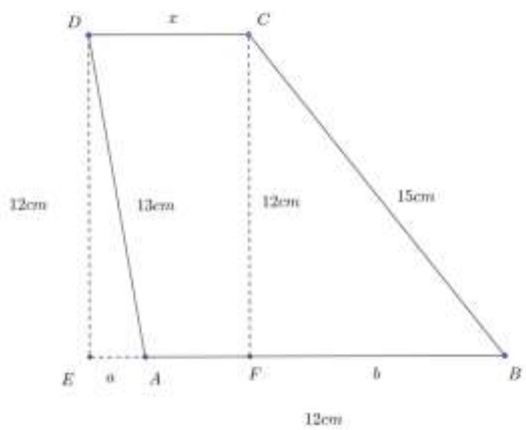
adódik. Ez azt jelenti, hogy ez az eset nem létezik, hiszen így a másik x-szel jelölt alap hossza

$$x = 12 - 5 - 9 = -2$$

lenne.

(4 pont)

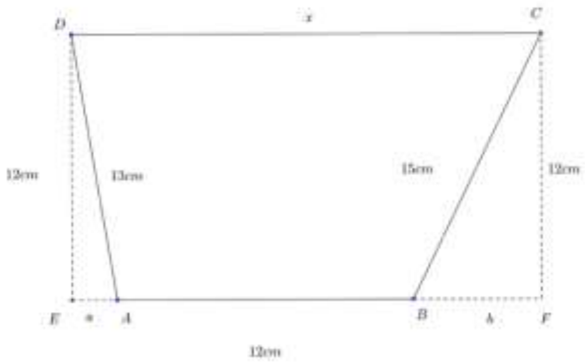
A lehetséges másik három eset az alábbi ábrákon látható.



Ekkor $x = 12 - 9 + 5 = 8\ cm.$

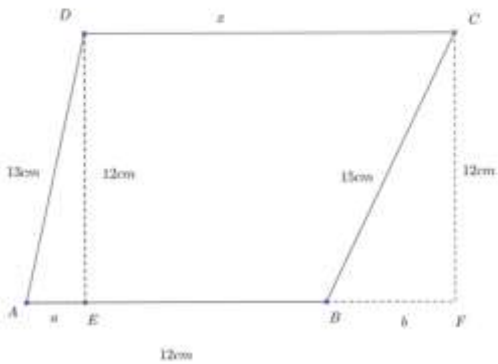
A trapéz területe: $t = \frac{12+8}{2} \cdot 12 = 120\ cm^2$

(4 pont)



Ekkor $x = 12 + 9 + 5 = 26\ cm$.
A trapéz területe: $t = \frac{12+26}{2} \cdot 12 = 228\ cm^2$

(4 pont)



Ekkor $x = 12 + 9 - 5 = 16\ cm$.
A trapéz területe: $t = \frac{12+16}{2} \cdot 12 = 168\ cm^2$

(4 pont)

Összesen: 20 pont

6. **Hány olyan 6 dobásból álló dobássorozat létezik szabályos dobókockával, ahol a dobott számok összege 9?**

(20 pont)

Megoldás:

Mivel egy kockával legalább 1-est dobunk, így a lehetséges összeg hat kockával dobva legalább 6 lesz. Így elegendő azt vizsgálni, hogy hányféleképpen tudjuk előállítani hat nemnegatív szám összegeként a 9-hez hiányzó 3-at.

(4 pont)

Az egyik lehetséges előállítás: $3 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0$
Ez 6 féleképpen fordulhat elő, hiszen a 3-ast 6 féle helyen dobhatjuk ki. (4 pont)

Másik lehetséges eset: $1 + 2 + 0 + 0 + 0 + 0$ Ezek száma: $6 \cdot 5 = 30$ lesz. (5 pont)

Még egy eset lehetséges: $1 + 1 + 1 + 0 + 0 + 0$ Ezek száma: $\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 20$ lesz, hiszen ennyiféleképpen tudjuk elhelyezni a három 1-est hat helyre. (5 pont)

Így a lehetséges dobás sorozatok száma: $6 + 30 + 20 = 56$. (2 pont)

Összesen: 20 pont

Másik, elvileg nem különböző megoldás (Vázlat):
A lehetséges legnagyobb dobás 4, 3 vagy 2 lehet. (4 pont)

A 4,1,1,1,1,1; 3,2,1,1,1,1 és 2,2,2,1,1,1 dobásokat rendre 6, 30 és 20 féle sorrendben lehet elvégezni.

A további pontozás a fentiek szerint. Az utolsó 2 pont hibás részeredmények esetén is jár.