

11. évfolyam gimnázium

I. forduló

1. Egy városi sakkbajnokságon bármely két résztvevő egy partit játszik egymással. A versenyen elindult Botond is, aki azonban 6 lejátszott parti után feladta a küzdelmet. Csaba szintén részt vett a bajnokságon, de ő már a második lejátszott partija után visszalépett a további versenyzéstől. A bajnokságon így összesen 73 sakkpartit bonyolítottak le a játékosok között.

a) Megmérkőzött-e egymással Botond és Csaba?

b) Botondot és Csabát nem számítva, összesen hány résztvevője volt a bajnokságnak?

(10 pont)

2. Béla elfelejtette Géza 8-jegyű telefonszámát, mindössze két számjegyre emlékszik biztosan: az első 7-es, a negyedik számjegy 9-es. Arra is emlékezett, hogy a telefonszám bármely négy szomszédos számjegyének összege ugyanannyi, valamint a 8-jegyű telefonszám osztható 3-mal.

a) Lehet-e Géza telefonszáma 9-cel osztható?

b) Mennyi a valószínűsége annak, hogy ha Béla egy a rendelkezésére álló feltételeknek megfelelő telefonszámot véletlenszerűen tárcsáz, akkor fel tudja hívni Gézát?

(10 pont)

3. Az $ABCD$ négyzet CD oldalát a $DAC\angle$ szögfelezője az E pontban, a $DBA\angle$ szögfelezője az AC átlót az F pontban metszi. Az ABF háromszög területe 25 cm^2 . Mekkora az $ABCD$ négyzet területe?

(10 pont)

4. Az f függvényt a $[-4; 1]$ intervallumon az

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 6}{|x - 2|} \cdot |x + 1|$$

hozzárendelési szabállyal értelmezzük. Adjuk meg az f függvény értékkészletét.

(10 pont)

5. Oldjuk meg a következő egyenletet a valós számok halmazán.

$$\sqrt{x^3 + x^2} + \sqrt{x^3 - x^2} = \sqrt{2} \cdot x$$

(10 pont)

6. Hány olyan 2025-nél nem nagyobb pozitív egész szám van, amelyet n helyére helyettesítve az

$$A = n^5 - 16n$$

kifejezés értéke osztható 45-tel?

(10 pont)