

11. évfolyam technikum

I. forduló

1. Egy utcában két parkolóautomata van, mindegyiknél csak pénzérmékkel lehet fizetni. A második automatában 4%-kal több érme van, mint az elsőben. Ha az első automatából kivennék az érmék 48%-át, a másodikból pedig 260 darabot, akkor az első és a második automatában maradó érmék számának aránya 3:4 lenne. Hány pénzérmé van az egyes automataokban?

(10 pont)

2. Zsófi szabályos dobókockával egymás után addig dob, amíg valamelyik számot negyedszerre dobja. Dobásainak eredményét egymás mellé lejegyzí.
- a) Hány olyan dobássorozat van, amelyik pontosan 19 dobás után ér véget?
- b) Mi lehet a Zsófi által utoljára dobott szám, ha összesen 18-szor dobott és a lejegyzett számok összege 68?

(10 pont)

3. Oldjuk meg a következő egyenletet a valós számok halmazán.

$$\frac{2x^2 - 8}{\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+5}} = \frac{x^2 + x - 6}{\sqrt{x^2 + 4x - 5}}$$

(10 pont)

4. Legyen A azoknak a pozitív háromjegyű számoknak a halmaza, amelyeknek az utolsó számjegye 0-tól különböző. Az A halmaz minden x eleméhez hozzárendeljük az $|x - y|$ értéket, ahol y az x számjegyeinek megfordításával kapott háromjegyű számot jelöli. Például az 532-höz az $|532 - 235| = 297$ számot rendeljük.
- a) Hány olyan eleme van az A halmaznak, amelyikhez hozzárendelt érték osztható 6-tal?
- b) Adjuk meg azoknak a számoknak a halmazát, amelyeket valamelyik háromjegyű számhoz hozzárendeltünk.

(10 pont)

5. Egy 2 egység oldalú $ABCD$ négyzet BC , illetve CD oldalának felezőpontja rendre E és F . A négyzet BD átlója az AE szakaszt H -ban, az AF szakaszt G -ben metszi. Számítsuk ki az $EFGH$ négyszög és az $ABCD$ négyzet területének arányát.

(10 pont)

6. Határozzuk meg azokat a $(b; c)$ számpárokat, amelyek mindkét tagja 100-nál nem nagyobb pozitív egész szám, és amelyre az

$$f(x) = x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x$$

hozzárendelési szabállyal értelmezett függvénynek két (különböző) zérushelye van.

(10 pont)