

12. évfolyam technikum

I. forduló

1. Anna és Bella mindketten a múlt hónapban helyezkedtek el egy új cégnél. A két lány első havi fizetésének aránya 10:9, míg kiadásai aránya 19:18 volt. Fizetése hány százalékát takarította meg Anna, ha az első havi megtakarításuk aránya 4:3?

(10 pont)

2. Oldjuk meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán.

$$2 \cdot 4^x + 6^x = 16 \cdot 2^x + 8 \cdot 3^x$$

(10 pont)

3. Legyen $A = 240 \cdot 30^n$, ahol n pozitív egész számot jelöl.

- a) Bizonyítsuk be, hogy nem létezik olyan pozitív egész szám, amelyet n helyére helyettesítve az A szám értéke négyzetszám.
b) Melyek azok az n számok, amelyekre az A szám értéke egy másik egész szám harmadik hatványa?

(10 pont)

4. Az $ABCD$ téglalap két csúcsának koordinátái: $A(0; 0), D(-2; 2)$. A téglalap C csúcsa illeszkedik az $y = 2x$ egyenletű egyenesre. Határozzuk meg a téglalap hiányzó csúcsainak koordinátáit.

(10 pont)

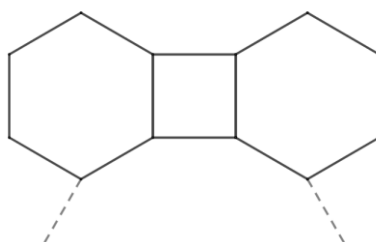
5. Kolos széfjét egy kilenc számjegyből álló számsor nyitja. A széfet nyitó kódot nem ismerjük, de azt tudjuk, hogy az alábbi feltételek közül mindkettőt teljesíti:

- a számjegyek közt az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számjegyek mindegyike egyszer fordul elő,
- a kódban az 1-es szám valahol az 5-ös számjegy előtti, a 9-es szám valahol az 5-ös számjegy utáni részben szerepel.

Hány próbálkozás szükséges ahhoz, hogy a széfet biztosan ki tudjuk nyitni?

(10 pont)

6. Szabályos sokszögekből többféleképp is alkothatunk az egész sík kitöltésére alkalmas parkettákat. Ezek közös tulajdonsága, hogy a szomszédos sokszögek teljes oldalukkal érintkeznek, továbbá köztük sem átfedés, sem hézag nem alakulhat ki. Ilyen síkkitöltés például a négyzetrács. Az alábbi parkettarészlet úgy keletkezett, hogy egy ismeretlen oldalszámú, 1 egység oldalhosszúságú szabályos sokszög oldalaihoz felváltva négyzeteket és szabályos hatszögeket illesztettünk. Lefedhető-e az ismeretlen oldalszámú sokszög egy 2 egység sugarú körrel?



(10 pont)