(9. osztály)

Megjegyzés: Természetesen az egyes feladatokra más megoldások is elképzelhetők, ezekre értelemszerűen a megfelelő pontszám jár!

1. Hány olyan kétjegyű pozitív egész szám van, amely a 2 és a 7 számok közül csak az egyikkel osztható?

(14 pont)

Megoldás:

A kétjegyű pozitív egész számok száma: 90.

(2 pont)

Ebből 2-vel osztható 45, 7-tel osztható 13 db van.

(5 pont)

Ezek közül mindkettővel, azaz 14-gyel oszthatók száma 7.

(4 pont)

Így azoknak a száma, melyek csak az egyikkel osztható: $45 + 13 - 7 = 51$ lesz.

(3 pont)

Összesen: 14 pont

2. Egy egyenlőszárú háromszög szára a kerület 32 %-a. Az alapja 6 cm-rel hosszabb a száránál. Mekkorák az oldalai?

(14 pont)

Megoldás:

Legyen a kerület x. Így a háromszög oldalainak hossza: $0{,}32 \cdot x, 0{,}32 \cdot x, 0{,}36 \cdot x$.

(2 pont)

A feltételek szerint: $0{,}32x + 6 = 0{,}36x$.

(5 pont)

Az egyenletet megoldva a kerületre $x = 150\ cm$ adódik.

(5 pont)

Az oldalak tehát: $48\ cm, 48\ cm, 54\ cm$ hosszúak lesznek.

(2 pont)

Összesen: 14 pont

3. Hány méter hosszú az a zsinór, melynek ha levágjuk a 20 %-át, majd a maradék 25 %-át, akkor 54 m marad?

(16 pont)

Megoldás:

Legyen a zsinór kezdeti hossza x.
Ha levágjuk először a 20 %-át, akkor a 80 %-a marad.
Majd ennek a 25 %-át, akkor a maradék 75 %-a marad.

(4 pont)

Így az adatok alapján felírható, hogy: $0{,}75 \cdot 0{,}8 \cdot x = 54$.

(5 pont)

Ezt megoldva a kezdeti hosszra $x = 90$ m adódik.

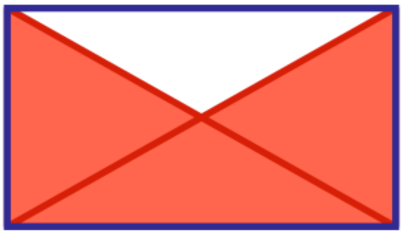
(4 pont)

Az ellenőrzés alapján ez valóban megoldás lesz.

(3 pont)

Összesen: 16 pont

4. Mekkora az ábrán látható téglalap területe, ha az árnyékolt rész területének nagysága 42 cm^2?



(18 pont)

Megoldás:

A téglalap átlói felezve metszik egymást. Ebből következik, hogy az ábrán látható háromszögek területei egyenlők lesznek. (*Az állítást megfelelően indokolva fogadjuk csak el maximális pontszámmal!*)

(10 pont)

Egy ilyen háromszög területe $\frac{42}{3} = 14$ cm^2 lesz.

(6 pont)

Azaz a téglalap területének nagysága $4 \cdot 14 = 56$ cm^2.

(2 pont)

Összesen: 18 pont

5. Arthur király és hét legkedvesebb lovagja egymás mellet egy padon foglal helyet. Hányféleképpen tudnak leülni, ha Arthur nem szeretne Lancelot mellé ülni?

(18 pont)

Megoldás:

Mivel összesen nyolcan vannak, így az összes lehetséges sorrend: $8! = 40320$.

(6 pont)

Azoknak az eseteknek a száma, amikor Arthur király Lancelot mellett ülne, a két személyt együtt tekintve és az ő helycseréjüket is figyelembe véve: $2 \cdot 7! = 10080$.

(6 pont)

Így a feltételeknek megfelelő ülésrendek száma: $40320 - 10080 = 30240$.

(6 pont)

Összesen: 18 pont

6. Mekkora az $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ szorzat értékében az utolsó három számjegy összege?

(20 pont)

Megoldás:

A szorzatban levő tényezők között szerepel kétszer az 5-ös és egy 10-es

(2 pont)

A két 5-ös mellé választhatunk két 2-est, melyek szorzata így $2^2 \cdot 5^2 = 100$.

(4 pont)

Mivel több ilyen $2 \cdot 5$-ös tényező pár nem képezhető, így a szorzatunk eredménye a 10-es tényezőt is figyelembe véve, pontosan három nullára végződik, így ennek a három számjegynek az összege 0 lesz.

(4 pont)

Ezekután már csak a tízezres helyiérétéken szereplő számjegyet kell meghatároznunk.
A maradék tényezők prímtényezőt tekintve azok szorzata: $2^{12} \cdot 3^8 \cdot 7^2$.

(5 pont)

A három hatvány utolsó számjegyét megkeresve, azok rendre 6, 1 és 9 lesznek.
Ezek szorzata pedig 4-re fog végződni. Így az utolsó négy számjegyének összege a vizsgált szorzat eredményének is 4 lesz.

(5 pont)

Összesen: 20 pont