(9. osztály)
Megoldások

*Megjegyzés: Természetesen az egyes feladatokra más megoldások is elképzelhetők, ezekre értelemszerűen a megfelelő pontszám jár!*

1. Hány olyan kétjegyű pozitív egész szám van, amely a 2 és a 7 számok közül csak az egyikkel osztható?

(14 pont)

<u>Megoldás:</u>
A kétjegyű pozitív egész számok száma: 90.

(2 pont)

Ebből 2-vel osztható 45, 7-tel osztható 13 db van.

(5 pont)

Ezek közül mindkettővel, azaz 14-gyel oszthatók száma 7.

(4 pont)

Így azoknak a száma, melyek csak az egyikkel osztható: $45 + 13 - 7 = 51$ lesz.

(3 pont)

**Összesen: 14 pont**

2. Egy egyenlőszárú háromszög szára a kerület 32 %-a. Az alapja 6 cm-rel hosszabb a száránál. Mekkorák az oldalai?

(14 pont)

<u>Megoldás:</u>
Legyen a kerület $x$. Így a háromszög oldalainak hossza: $0{,}32 \cdot x, 0{,}32 \cdot x, 0{,}36 \cdot x$.

(2 pont)

A feltételek szerint: $0{,}32x + 6 = 0{,}36x$.

(5 pont)

Az egyenletet megoldva a kerületre $x = 150\ cm$ adódik.

(5 pont)

Az oldalak tehát: $48\ cm, 48\ cm, 54\ cm$ hosszúak lesznek.

(2 pont)

**Összesen: 14 pont**

3. Hány méter hosszú az a zsinór, melynek ha levágjuk a 20 %-át, majd a maradék 25 %-át, akkor 54 m marad?

(16 pont)

<u>Megoldás:</u>
Legyen a zsinór kezdeti hossza $x$.
Ha levágjuk először a 20 %-át, akkor a 80 %-a marad.
Majd ennek a 25 %-át, akkor a maradék 75 %-a marad.

(4 pont)

Így az adatok alapján felírható, hogy: $0{,}75 \cdot 0{,}8 \cdot x = 54$.

(5 pont)

Ezt megoldva a kezdeti hosszra $x = 90$ m adódik.

(4 pont)

Az ellenőrzés alapján ez valóban megoldás lesz.

(3 pont)

**Összesen: 16 pont**

4. Egy cirkusz porondjára 4 tigris és 5 oroszlán vonul be, sorban egymás után. Hányféleképpen tudnak belépni a porondra, ha két oroszlán nem követheti egymást? (Az oroszlánokat és a tigriseket is meg tudjuk különböztetni egymástól.)

(18 pont)

*Megoldás:*
A feltételek szerint az oroszlánok és a tigrisek felváltva követhetik csak egymást.

(2 pont)

Mivel az oroszlánok száma eggyel több, így a sort oroszlánnak kell kezdeni.

(2 pont)

Az oroszlánok $5! = 120$, a tigrisek $4! = 24$ féle sorrendet alakíthatnak ki.

(7 pont)

Az összes lehetőség számát ezek szorzata határozza meg: $120 \cdot 24 = 2880$.
Tehát 2880 féleképpen tudnak belépni a porondra.

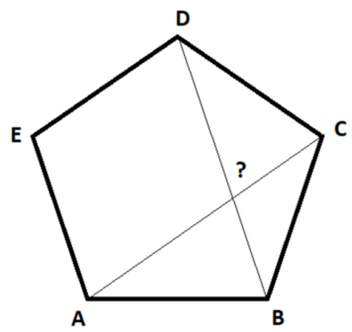
(7 pont)

**Összesen: 18 pont**

5. Egy szabályos ötszögben megrajzoltunk két átlót, melyek az ötszög belsejében metszik egymást. Mekkora az általuk bezárt szög?

(18 pont)

*Megoldás:*
Meghatározandó az ábrán bejelölt szög nagysága! Ez a szög bármely két átló választása esetén ugyanakkora lesz, mert ezek forgatással egymásba vihetők.




(3 pont)

A szabályos ötszög belső szögeinek összege $3 \cdot 180° = 540°$, ezért egy belső szöge $\frac{540°}{5} = 108°$

(4 pont)

A $BDC$ és $ABC$ háromszög egyenlőszárú, mert $DC = BC = AB$, így az alapon levő szögeinek nagysága $\frac{180°-108°}{2} = 36°$

(5 pont)

Tehát $BDC\measuredangle = 36°, ACD\measuredangle = 108° - 36° = 72°$

(4 pont)

Így a keresett szög a háromszög belső szögeinek összege alapján: $180° - 36° - 72° = 72°$.

(2 pont)

**Összesen: 18 pont**

6. Mekkora az $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ szorzat értékében az utolsó három számjegy összege?

(20 pont)

*Megoldás:*

A szorzatban levő tényezők között szerepel kétszer az 5-ös és van egy 10-es tényező is.

(5 pont)

A két 5-ös tényező mellé választhatunk két 2-est, melyek szorzata így $2^2 \cdot 5^2 = 100$.

(5 pont)

Mivel több ilyen $2 \cdot 5$-ös tényező pár nem képezhető, így a szorzatunk eredménye a 10-es tényezőt is figyelembe véve pontosan három nullára végződik. Így ennek a három számjegynek az összege 0 lesz.

(10 pont)

**Összesen: 20 pont**