Versenyfeladatok

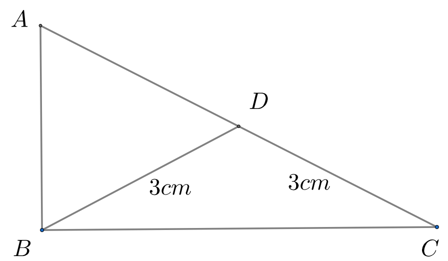
(9. osztály)

1. Mely valós a és b értékek esetén lesz az $A = a^2 + b^2 + 2a - 4b + 6$ kifejezés értéke a legkisebb, és mennyi ez az érték?

(10 pont)

2. Az ABC derékszögű háromszögben a BDC egyenlőszárú háromszög szárai $BD = DC = 3\ cm$ hosszúak. A BDA háromszög szintén egyenlőszárú, ahol a szárak: $BA = DA$. Határozzuk meg a háromszög BC oldalának hosszát!

(12 pont)



3. Egy szabályos n-szög alapú egyenes hasáb lapátlóinak száma 10-zel nagyobb, mint a testátlók száma. Határozzuk meg az n értékét!

(14 pont)

4. Töltsük ki a táblázat hiányzó mezőit úgy, hogy minden sorban, minden oszlopban és a két átlóban ugyanannyi legyen a számok összege!

	20	14
1		

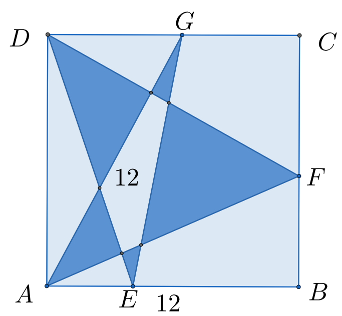
(14 pont)

5. Egy sorozat első tagja 2, és a második tagtól kezdve minden szám a két szomszédja szorzatával egyenlő. Adjuk meg a sorozat 2018. tagját, ha az ötödik tag 4.

(16 pont)

6. Az ábrán látható négyzet oldala 12 cm, az E, F és G pontok az oldalán tetszőlegesek, a belsejében megjelölt ötszög területe 12 cm^2. Határozzuk meg a sötétre színezett terület nagyságát!

(16 pont)



7. Meg lehet-e adni öt különböző pozitív prímszámot úgy, hogy közülük bármely három összege is prímszám legyen?

(18 pont)

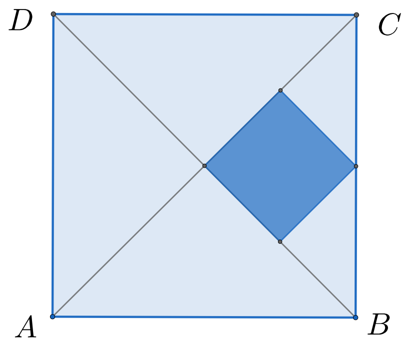
(10. osztály)

1. Tudjuk, hogy $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\neq\frac{1+1}{2+3}$. Vajon vannak- e olyan *a, b, c, d* pozitív valós számok, melyekre teljesül az $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}$ egyenlőség?

(10 pont)

2. Az ábrán látható négyzet területének hányadrészét fedi le a belsejében található négyzet?

(12 pont)

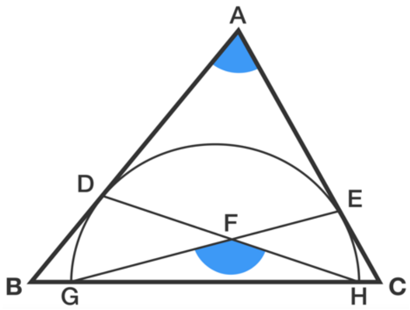


3. A derékszögű koordináta-rendszerben kiválasztunk *n* rácspontot, melyek koordinátai egész számok. Legfeljebb mekkora lehet az *n* értéke, ha nincs közöttük olyan pontpár, hogy a pontok által meghatározott szakasz felezőpontja is rácspont, (azaz a felezőpont mindkettő koordinátája egész szám).

(12 pont)

4. Az ábrán látható *ABC* háromszög *BC* oldalára olyan félkört rajzoltunk, amely érinti az *AB* és *AC* oldalakat a *D* és *E* pontokban. A *GH* átmérő végpontjait összekötve a *D* és *E* érintési pontokkal, a két szakasz az *F* pontban metszi egymást. Ha a bejelölt *GFH* és *DAE* szögek egyenlők egymással, akkor mekkorák ezek a szögek?

(14 pont)



5. Józsi bácsi szombat reggel szilvát árult a piacon. Az első vevő megvette a szilvák ötödét és még 1 kg-ot 440 Ft/kg-ért, a második vevő 1 kg híján megvette a maradék harmadát 550 Ft/kg egységáron, a harmadik vevő pedig elvitte a maradékot, de csak 220 Ft-ot fizetett kilogrammjáért. Józsi bácsi így átlagosan 341 Ft-ot kapott kilogrammonként a szilvájáért. Melyik vevőtől kapta a legtöbb bevételt az árusítás során?

(16 pont)

6. Határozzuk meg az $\frac{x^2}{(x-y)(x-z)}+\frac{y^2}{(y-x)(y-z)}+\frac{z^2}{(z-x)(z-y)}$ kifejezés értékét, ha $x=2018$, $y=-2018$ és $z=1$?

(18 pont)

7. Adott a síkon 10 általános helyzetű egyenes, nincs közöttük két párhuzamos és bármely metszésponton csak két egyenes halad át. Véletlenszerűen kiválasztunk a keletkező egyenesdarabok - szakaszok és félegyenesek - közül kettőt. Mennyi a valószínűsége, hogy a kiválasztott két egyenesdarab azonos típusú lesz, azaz mindegyik szakasz vagy mindegyik félegyenes?

(18 pont)