

Megyei matematikaverseny

11. osztályosok versenye

2018. november 8.

1. a) Ha $x \neq y$ és $x + \frac{4}{x} = y + \frac{4}{y}$, akkor mennyi lehet az xy szorzat értéke? (5 pont)

b) Mennyi $x^3 + y^3$ értéke, ha $x + y = 5$ és $x + y + x^2y + xy^2 = 24$? (8 pont)

2. Oldja meg a $\sqrt{1-x} + |x-2| + |x-3| = |x-4| + |x-5|$ egyenletet a valós számok körében. (10 pont)

3. Öt különböző pozitív egész számból álló minta átlaga 21. Mennyi lehet a medián értéke? (13 pont)

4. Egy derékszögű háromszög egyik hegyesszögének szögfelezője a szemközti oldalt 4 és 5 egység hosszú részekre osztja. Mekkora a háromszög területe? (13 pont)

5. Egy háromszög oldalainak hossza a, b, c .
Igazolja, hogy $a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$. (13 pont)

6. Az asztalon fekvő nyolc számkártyán az $1, -2, -3, 4, -5, 7, -8, 9$ számokat látjuk. A lapokat megfordítjuk, majd valamilyen sorrendben a lapoknak erre az oldalára is felírjuk ugyanezt a nyolc számot. Ezután kiszámoljuk mindegyik lapnál a rajta lévő két szám összegét.

Lehet-e ennek a nyolc számnak a szorzata **a) 0; b) 2; c) 4; d) 16**? (16 pont)

7. Igazolja, hogy az $f(x) = x^2 - ax - 1$ másodfokú függvény grafikonja tetszőleges a valós paraméter esetén három pontban metszi a koordinátatengelyeket. Mutassa meg, hogy erre a három pontra illeszkedő körön van egy olyan negyedik pont, amely illeszkedik mindegyik körre. (22 pont)

Megyei matematikaverseny

12. osztályosok versenye

2018. november 8.

1. a) Az x, y egész számokra $x^4 + \frac{100}{y^4} = \frac{101x^2}{y^2}$ teljesül. Mennyi lehet az xy szorzat értéke? (6 pont)

b) Ha $3^a = 4^b = 36$, akkor mennyi $\frac{2}{a} + \frac{1}{b}$ értéke? (7 pont)

2. Öt pozitív egész számból álló minta átlaga 11, mediánja 10, a módusza 7. Mekkora a minta legnagyobb terjedelme? (9 pont)

3. Az ABC háromszög két oldala $AB = 12$ és $AC = 9$, továbbá az AL szögfelező. Mekkora az ABC háromszög területe, ha az ACL háromszög területe $\frac{90}{7}$ területegység? (10 pont)

4. Mekkora az $|x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 - x_2x_4|$ kifejezés legnagyobb értéke, ahol $|x_i| \leq 1$, ha $i = 1, 2, 3, 4$? (16 pont)

5. Egy kvalifikációs versenyen 75 asztaliteniszező vett részt. Mindenki mindenkivel pontosan egyszer játszott, és a mérkőzés valamelyik játékos győzelmével zárult. A verseny végén volt 25 olyan játékos, akik közül mindenki legfeljebb n -szer veszített. Mennyi az n lehetséges legkisebb értéke? (16 pont)

6. Ha az x és y számokra $x^2 + y^2 = 14x + 6y + 6$ teljesül, akkor mennyi lesz $3x + 4y$ legnagyobb értéke? (16 pont)

7. Az ABC szabályos háromszög belsejében felvettünk egy O pontot, melyre $AO^2 + BO^2 = CO^2$ teljesül. Mekkora az AOB szög? (20 pont)