

## 11. osztály, szakgimnázium

1. Oldja meg a  $\sqrt{x} = 1 - x$  egyenletet a valós számok körében. (10 pont)
2. Egy körben két egymásra merőleges húr mindegyike a másikat 3 és 7 hosszúságú részekre osztja. Mekkora a kör sugara? (10 pont)
3. Mennyi az értéke?
- (A) Ha  $3x + 4y = 2019$  és  $4x + 3y = 2020$ , akkor mennyi  $x + y$  értéke?
- (B) Ha  $12a + 10b = 120$ , akkor mennyi  $\frac{a}{5} + \frac{b}{6}$  értéke?
- (C) Ha  $(x + 2)(x^2 + 3x + 2) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ , akkor mennyi  $a_3 + a_2 + a_1 + a_0$  értéke?
- (D) Ha  $a + \frac{1}{a} = 3$ , akkor mennyi  $a^2 + \frac{1}{a^2}$  értéke?
- (E) Az  $x, y, z$  pozitív számokra  $x(x + y + z) = 26$ ,  $y(x + y + z) = 27$ ,  $z(x + y + z) = 28$  teljesül. Mennyi  $x + y + z$  értéke? (12 pont)
4. Az  $ABCD$  paralelogramma  $A$  és  $B$  csúcsából induló szögfelezők a szemközti oldalt három egyenlő részre osztják. Mekkora lehet a paralelogramma rövidebb oldala, ha a kerülete 80 egység? (19 pont)
5. Felírtam a táblára négy egész számot (a számok között lehetnek megegyezők is), s közülük az összes lehetséges módon véve hármat-hármát, kiszámoltam azok összegét, majd ezeket összeadtam, az eredmény: 51. A felírt négy szám szorzata 216. Mi lehet a táblára írt négy szám? (12 pont)
6. Határozza meg az  $m$  paraméter értékét úgy, hogy az  $x^2 - mx + m - 1 = 0$  egyenlet egyik gyöke a másik gyökének kétszerese legyen. (14 pont)
7. A  $p, q, r$  prímekre  $p^3 - q^3 = 11r$  teljesül. Melyek ezek a prímelek? (23 pont)

## 11. osztály, gimnázium

1. Oldja meg a  $\sqrt{x} = 1 - x$  egyenletet a valós számok körében. (10 pont)

2. Az  $ABCD$  paralelogramma  $A$  és  $B$  csúcsából induló szögfelezők a szemkötti oldalt három egyenlő része osztják. Mekkora a paralelogramma rövidebb oldala, ha a kerülete 80 egység? (20 pont)

3. Mennyi az értéke?

(A) Ha  $3x + 4y = 2019$  és  $4x + 3y = 2020$ , akkor mennyi  $x + y$  értéke?

(B) Ha  $12a + 10b = 120$ , akkor mennyi  $\frac{a}{5} + \frac{b}{6}$  értéke?

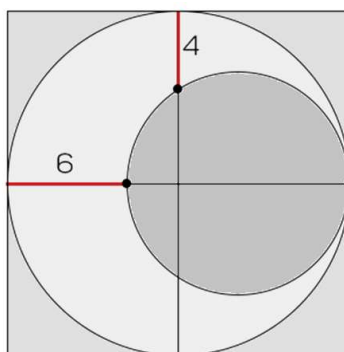
(C) Ha  $(x + 2)(x^2 + 3x + 2) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ , akkor mennyi  $a_3 + a_2 + a_1 + a_0$  értéke?

(D) Ha  $a + \frac{1}{a} = 3$ , akkor mennyi  $a^2 + \frac{1}{a^2}$  értéke?

(E) Az  $x, y, z$  pozitív számokra  $x(x + y + z) = 26$ ,  $y(x + y + z) = 27$ ,  $z(x + y + z) = 28$  teljesül. Mennyi  $x + y + z$  értéke?

(12 pont)

4. Mekkora a négyzet oldala?



(12 pont)

5. Határozza meg az  $m$  paraméter értékét úgy, hogy az  $x^2 - mx + m - 1 = 0$  egyenlet egyik gyöke a másik gyökének kétszerese legyen. (14 pont)

6. Az erdei kisvasút egyenletes sebességgel haladt hosszú időn át, megállók nem voltak. A vonaton utazott Marci, aki az ablakból meglátta a pálya melletti kilométerkövön lévő kétjegyű számot. Pontosan egy óra múlva ismét megpillantott egy kilométerkövet, ezen is kétjegyű szám volt, ugyanolyan számjegyeket tartalmazott, mint az előző, csak a sorrendjük fordított volt. Ismét egy óra múlva a kilométerkövön egy háromjegyű szám volt látható. A szélső számjegyek megegyeztek az első kilométerkövön látott számjegyekkel, a középső számjegy 0 volt.

Milyen sebességgel haladt a vonat?

(12 pont)

7. A  $p, q, r$  prímekre  $p^3 - q^3 = 11r$  teljesül. Melyek ezek a prímelek?

(20 pont)

## 12. osztály, szakgimnázium

1. Oldja meg a  $\lg^2 x + \lg x^2 = 3$  egyenletet a valós számok halmazán! (10 pont)

2. Az  $ABCD$  egyenlő szárú trapéz hosszabbik alapján fekvő szögei  $60^\circ$ -osak, a trapézba írt, az oldalakat érintő kör sugara  $3\sqrt{3}$  cm. Mekkora a trapéz kerülete? (14 pont)

3. Mennyi az értéke?

(A) Ha  $x + y - z = -4$  és  $x + y + z = 32$ , akkor mennyi  $z$  értéke?

(B) Ha  $a^2 + b^2 + c^2 = 7$  és  $ab + bc + ca = 3$ , akkor mennyi  $(a + b + c)^2$  értéke?

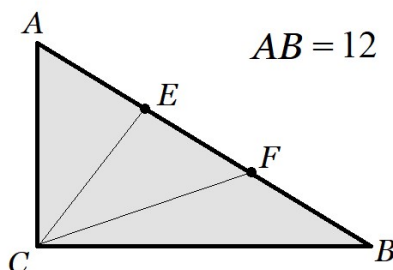
(C) Ha  $\frac{3+a}{3} = \frac{2b+2}{2}$ , akkor mennyi  $\frac{a}{b}$  értéke?

(D) Az  $a, b$  valós számokra  $a + b = 13$  és  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 7$  teljesül. Mennyi  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$  értéke?

(E) Az  $a, b, c$  valós számokra  $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 = 0$  és  $a + b + c = 9$ . Mennyi az  $abc$  szorzat értéke?

(10 pont)

4. Az  $ABC$  derékszögű háromszög átfogója 12 egység,  $E$  és  $F$  az  $AB$  átfogó harmadolópontjai.



Mennyi a  $CE^2 + CF^2$  összeg értéke?

(12 pont)

5. Oldja meg az egyenletet a valós számok körében.

$$\frac{(2x - 1)^2}{x^3 - 2x^2 + 1} + \frac{4x - 4x^2 - 1}{x^3 - 3x^2 + 2} = 0$$

(14 pont)

6. Egy  $5 \times 5$ -ös táblára letettem néhány bábut úgy, hogy a tábla bármely  $3 \times 3$ -as részében pontosan egy bábu áll. Hány bábut tehettem a táblára? (22 pont)

7. A  $p$  és  $q$  prímekre  $p^6 - q^2 = 0,5 \cdot (p - q)^2$  teljesül. Melyek ezek a prímelek? (18 pont)

## 12. osztály, gimnázium

1. Oldja meg a  $\lg^2 x + \lg x^2 = 3$  egyenletet a valós számok halmazán! (10 pont)
2. Az  $ABCD$  egyenlő szárú trapéz hosszabbik alapján fekvő szögei  $60^\circ$ -osak, a trapézba írt, az oldalakat érintő kör sugara  $3\sqrt{3}$  cm. Mekkora a trapéz kerülete? (14 pont)
3. Mennyi az értéke?
- (A) Ha  $x + y - z = -4$  és  $x + y + z = 32$ , akkor mennyi  $z$  értéke?
- (B) Ha  $a^2 + b^2 + c^2 = 7$  és  $ab + bc + ca = 3$ , akkor mennyi  $(a + b + c)^2$  értéke?
- (C) Ha  $\frac{3+a}{3} = \frac{2b+2}{2}$ , akkor mennyi  $\frac{a}{b}$  értéke?
- (D) Az  $a, b$  valós számokra  $a + b = 13$  és  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 7$  teljesül. Mennyi  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$  értéke?
- (E) Az  $a, b, c$  valós számokra  $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 = 0$  és  $a + b + c = 9$ . Mennyi az  $abc$  szorzat értéke? (10 pont)
4. Egy számot nevezzünk *multiplikatív*nak, ha valamelyik számjegye a többi számjegy szorzata. Hány háromjegyű multiplikatív szám van? (12 pont)
5. Oldja meg a valós számok körében a  $\log_x \frac{3}{8-2x} \geq -2$  egyenlőtlenséget. (18 pont)
6. A lumumbák egyik falujában 50-en élnek, közöttük 25 igazmondó és 25 hazug van. Az igazmondók mindig igazat mondanak, a hazugok minden állítása hamis. A faluban viszály tört ki, egymást gyilkolták a falubeliek, és a lakosok fele meghalt. Az életben maradt falusiak mindegyike azt mondta, hogy pontosan egy igazmondót ölt meg. Legfeljebb hány igazmondó maradhatott életben? (16 pont)
7. Az  $a, b, c$  oldalú háromszög oldalaira  $b^2 = ca + a^2$  és  $c^2 = ab + b^2$  teljesül. Mekkora a háromszög szögei? (20 pont)