

Megyei matematikaverseny

11. osztályosok versenye

2017. november 9.

1. a) Mennyi a $4b(5a - b) - (5a - 2)(5a + 2)$ kifejezés legnagyobb lehetséges értéke, ahol a és b tetszőleges valós számok? (6 pont)

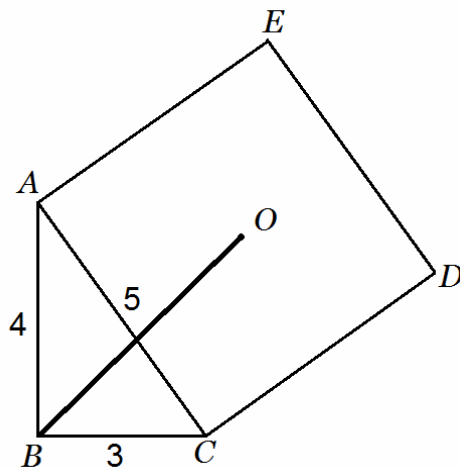
b) Az x , y , z számokra $x(x+1) = y(y+1) = z(z+1)$ teljesül. Igazolja, hogy $(x-y)(y-z)(z-x) = 0$. (6 pont)

2. Az ABC háromszög oldalai $AB = 25$, $AC = 24$, $BC = 23$, a B csúsból induló magasság talppontja az AC oldalon D . Mekkora az $AD - DC$ különbség? (12 pont)

3. Oldja meg az $\left(a + \frac{6}{b}\right)\left(b + \frac{6}{a}\right) = 25$ egyenletet a pozitív egész számok körében. (12 pont)

4. Hány olyan páros szám van 4000 és 7000 között, melynek számjegyei különbözőek? (12 pont)

5. Az ABC derékszögű háromszög oldalhosszai 3, 4 és 5 egység. Az AC átfogóra kifelé rajzolt négyzet középpontja O .



Mekkora a BO szakasz? (16 pont)

6. Melyik az az \overline{abc} háromjegyű szám, amelyre legkisebb az $\overline{abc} - (a^2 + b^2 + c^2)$? Mekkora ez a legkisebb érték? (16 pont)

7. Az ABC háromszög magasságainak talppontjai A_1 , B_1 , C_1 . Az $A_1B_1C_1$ háromszög szögei 30° , 60° és 90° . Mekkora az ABC háromszög szögei? (20 pont)

Megyei matematikaverseny

12. osztályosok versenye

2017. november 9.

1. Hányféleképpen lehet kiválasztani az a, b, c (nem feltétlenül különböző) számokat az $\{1, 2, 3, 4\}$ halmazból úgy, hogy $a^{(b^c)}$ osztható legyen 4-gyel? (12 pont)

2. Az $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ egyenlet két gyöke $\sin \alpha$ és $\cos \alpha$. Bizonyítsuk be, hogy $b^2 = a^2 + 2ac$. (12 pont)

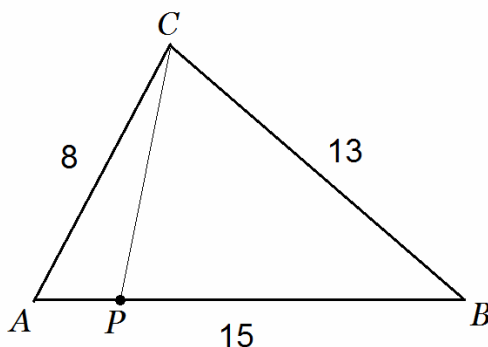
3. Az ABC derékszögű háromszög átfogójának végpontjai $A(3, 1)$ és $B(5, 7)$. Határozza meg a $C(1, y)$ csúcs második koordinátáját. (12 pont)

4. Az ABC háromszög A, B, C csúcsainál lévő szögek rendre α, β, γ , és $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$, $\operatorname{tg} \beta = \frac{21}{20}$. Mennyi $\frac{AC}{BC}$? (12 pont)

5. Oldja meg az $\frac{1}{3^x + 5} \leq \frac{1}{3^{x+1} - 1}$ egyenlőtlenséget a valós számok körében. (12 pont)

6. Keresse meg azt a leghosszabb mértani sorozatot, melynek tagjai különböző számok a $\{100, 101, 102, \dots, 1000\}$ halmazból. (20 pont)

7. Az ABC háromszög oldalainak hossza 8, 13 és 15 egység, ahogyan az ábrán látjuk.



Mekkora az AP szakasz, ha a hossza egész szám, és a CP hossza is egész szám? (20 pont)