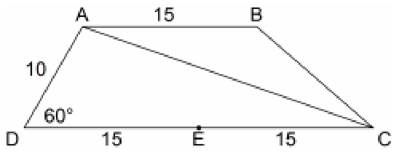
Versenyfeladatok

(9. osztály)

1. A $z = a + \frac{b}{d + \frac{c}{e+f}}$ kifejezésben az a, b c, d, e és f paraméterek értéke 1, 2 vagy 3. Határozzuk meg z legnagyobb értékét!

(10 pont)

2. Az ábrán látható *ABCD* trapéz párhuzamos oldalai *AB* és *CD*, az $ADC\sphericalangle = 60°$, $AD = 10$ és $AB = DE = EC = 15$. Mekkora az *ABC* háromszög területe?



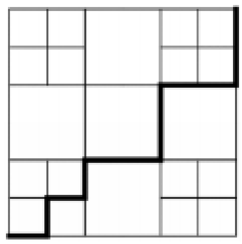
(12 pont)

3. Egy régi kerékpáron az első és a hátsó kerekek különböző méretűek voltak. Egy ilyen kerékpár esetén 120 méteres szakaszon az első kerék 6-tal többet fordult, mint a hátsó. Ha az első kerék kerületét 25%-kal, a hátsó kerekét 20%-kal megnövelték, akkor ugyanakkora útszakaszon már csak 4-gyel fordult többször az első kerék a hátsóhoz képest. Mekkora volt eredetileg a hátsó kerék kerülete?

(14 pont)

4. Az alábbi ábrán egy park látható felülnézetben, melyben a sétányokat a megrajzolt vonalak jelölik. Valaki a bal alsó sarokból szeretne eljutni a jobb felső sarokba, úgy, hogy mindig közeledik a célja felé. Hányféle útvonal közül választhat? (Egy lehetséges útvonalat jelöl az rajz.)

(14 pont)



5. Az *a* és *b* egész számok előállnak ugyanazon két nullától különböző *x* és *y* egész számok összegeként illetve szorzataként, azaz

$$a = x + y$$
$$b = xy$$

Adjuk meg azokat az $(x; y)$ számpárokat, melyekre az $a^2 + (b-1)^2$ kifejezés prímszám!

(16 pont)

6. Adott a síkon 100 pont. Igaz-e, hogy minden esetben tudunk olyan kört rajzolni, amely ezeket a pontokat pontosan két egyenlő részre osztja?

(16 pont)

7. A 0, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 5 számokat tartalmazó számkártyákból kilencjegyű számokat készítünk. Ezek között hány olyan öttel osztható szám van, melyben a két 2-es nem áll egymás mellett?

(18 pont)

Versenyfeladatok

(10. osztály)

1. Egy túrós és két mákos rétes háromszor annyiba kerül, mint egy almás. Hét túrós és egy mákos rétes nyolcszor annyiba kerül, mint egy almás. Mi kerül többe: egy túrós vagy egy mákos rétes?

(10 pont)

2. Határozzuk meg az $A = \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)^4$ kifejezés értékét, ha $xy = 3$ és $x^2 + y^2 = 18$.

(12 pont)

3. Az iskolai sakkszakkörben az összes résztvevő hetede lány. A jó reklámnak köszönhetően a szakkör létszáma tizenhárommal bővült. Így több lett a lány, bár az arányuk csökkent. Mennyivel nőt a fiúk száma a szakkörben?

(12 pont)

4. Egy kerékpárverseny során a távot a versenyzők két helység között ugyanazon az útvonalon teszik meg. Az út emelkedőkből és lejtőkből áll. Az egyik versenyző odafelé 3 óra, visszafelé pedig 3 óra 20 perc alatt teljesítette a távot. Milyen messze van a két helység egymástól, ha a sebessége lejtőn 30 km/h, emelkedőn pedig 20 km/h volt?

(14 pont)

5. Az *ABCD* téglalap területe $25\sqrt{3}$. Jelölje *P* az *AB* oldal *A*-hoz közelebbi harmadolópontját. Tudjuk, hogy a *PD* szakasz merőleges az *AC* átlóra. Mekkora az *ABCD* téglalap kerülete?

(16 pont)

6. Melyik az a legkisebb pozitív *n* természetes szám melyre az $\frac{n-17}{6n+11}$ tört egyszerűsíthető?

(18 pont)

7. 50 számkártyát 1-től 50-ig megszámozunk. Közülük véletlenszerűen kiválasztunk ötöt, majd ezeket nagyság szerint sorba rendezzük. Mekkora a valószínűsége annak, hogy a középső szám nagyobb lesz 30-nál?

(18 pont)