10. Logaritmikus egyenletek (638-748)

Logaritmikus egyenletnek nevezzük azt az egyenletet, amelyben az ismeretlennek a logaritmusa szerepel.

Mielőtt a logaritmikus egyenletek megoldásával foglalkoznánk, felidézzük a logaritmusra vonatkozó legfontosabb ismereteket.

A logaritmus értelmezése: $\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$, ahol $a > 0,\ a \neq 1,\ b > 0,\ c \in R$.

(A logaritmus a alapja pozitív egytől különböző szám. A b logaritmálandó mennyiség pozitív kell legyen, a logaritmus értéke bármilyen valós szám lehet.)

Jelölések : $\log_{10} x = \lg x$, $\log_e x = \ln x$, ($e \approx 2,71828$)

A logaritmus tulajdonságai:

1. $\log_a a^x = x$, következményei: $\log_a 1 = 0$, $\log_a a = 1$
2. $a^{\log_a y} = y$
3. $\log_a (A \cdot B) = \log_a A + \log_a B$
4. $\log_a \left(\frac{A}{B}\right) = \log_a A - \log_a B$, következménye: $-\log_a A = \log_a \frac{1}{A}$
5. $\log_a A^x = x \cdot \log_a A$
6. $\log_a \sqrt[n]{A} = \frac{\log_a A}{n}$
7. $A^{\log_a B} = B^{\log_a A}$, ahol
   $a > 0,\ a \neq 1,\ A > 0,\ B > 0,\ x \in R,\ y > 0,\ n \in \{2, 3, 4, \cdots\}$.

Alapcsere képletek: $\log_a A = \frac{\log_b A}{\log_b a}$, $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ és $\log_a A = \log_{a^\alpha} A^\alpha$,

ahol $a > 0,\ a \neq 1,\ b > 0,\ b \neq 1,\ A > 0,\ \alpha \neq 0$.

Logaritmusok összehasonlítása:

Ha $A > B > 0$, akkor $\left\langle \begin{array}{l} \log_a A > \log_a B,\ ha\ a \in (1, \infty) \\ \log_a A < \log_a B,\ ha\ a \in (0,1) \end{array} \right.$ és fordítva.