# Kitűzött feladatok – hétfő

## 7. osztály

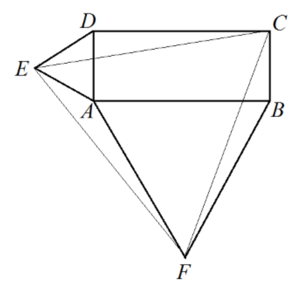
1. Benő felírt egy háromjegyű páratlan számot a táblára. Egy lépésben a táblán lévő szám utolsó jegyével megszorozza az utolsó jegy elhagyásával kapott számot, az eredeti számot letörli a tábláról, és helyette felírja a kapott szorzatot. Például a 127 helyett a $12\cdot 7=84$ kerül a táblára. Ezt a lépést ismételgeti, majd amikor egyjegyű számhoz ér, akkor már nem folytatja tovább. Eljuthat-e Benő
   a) 1; b) 2; c) 3; d) 4; e) 5
   lépésben a nullához? (Ha nem, indokold; ha igen, mutass egy példát.)
2. Az *ABCD* négyszögben $BC=CD=DA$, továbbá $BCD\sphericalangle=70°$ és $CDA\sphericalangle=60°$. Hány fokos a négyszög legnagyobb belső szöge?

## 8. osztály

1. Egy asztalon 100 kavicshalom van, bennük rendre 1, 2, 3, …, 100 darab kavics. Egy lépésben akárhány kiszemelt halmot csökkenthetünk – feltéve, hogy ugyanannyi kavicsot veszünk el belőlük. Hány lépésben tudjuk valamennyi kavicsot elvenni az asztalról, ha a lépések száma a lehető legkisebb?
2. Az *ABCD* paralelogramma kerülete 32 egység. A *C* csúcsból induló szögfelező az *AD* és *AB* egyeneseket az *E* és *F* pontokban metszi. Mekkora a *BF* szakasz, ha $AE=2$ egység?

## 9. osztály

1. Egy szabályos 13-szögnek kiválasztjuk néhány csúcsát, majd minden kiválasztott csúcsot összekötünk az összes többi kiválasztott csúccsal. Legfeljebb hány csúcsot választottunk ki, ha az összekötő szakaszok között nincs két egyenlő hosszúságú?
2. Az *ABCD* téglalap és az *ADE* és *ABF* szabályos háromszögek területeinek összege 33 területegységgel nagyobb a *CEF* háromszög területénél. Hány területegység az *ABCD* téglalap területe? (lásd ábra)




## 10. osztály

**1.** Adottak az $A=\left\{x\in\mathbb{Z}\,\middle|\,x=\dfrac{a^2-4a+8}{a+2};a\in\mathbb{Z}\right\}$ és a $B=\left\{x\in\mathbb{Z}\,\middle|\,x=\dfrac{3a+12}{a^2+a+3};a\in\mathbb{Z}\right\}$ halmazok. Határozd meg az $A\cap B$ és az $A\setminus B$ halmazokat.

**2.** Elhelyezhető-e egy kör mentén 2019 különböző, 4-nél nagyobb pozitív egész szám úgy, hogy bármely két szomszédos szám hányadosa (osztóként a kisebbet tekintve) prímszám legyen?

## 11. osztály

1. Adottak az *a*, *b* és *k* pozitív valós számok. Bizonyítsd be, hogy az $x^3-ax^2+bx-kab=0$ egyenletnek nincs három pozitív valós gyöke, ha $k>\dfrac{1}{9}$.
2. Adott egy körön hat különböző pont. Kiválasztunk a pontok közül hármat, és az ezek által meghatározott háromszög magasságpontját összekötjük a másik három pont által meghatározott háromszög súlypontjával. Mutassuk meg, hogy az „ilyen típusú” egyenesek egy pontban metszik egymást!

# Beadási határidő: kedd $8^{00}$